



MÉCANIQUE

Dr. Sylvain Bréchet

EPFL

Table des matières

1	Etudier la mécanique	<i>page</i> 1
1.1	Introduction	1
1.1.1	Histoire	1
1.1.2	Objectifs	3
1.1.3	Limites	3
1.1.4	Expériences	4
1.1.5	Livre	5
1.1.6	MOOC	5
1.2	Calcul différentiel	5
1.2.1	Dérivées d'une fonction	5
1.2.2	Dérivée d'une composition de fonctions	6
1.2.3	Développement limité d'une fonction	7
1.3	Calcul vectoriel	8
1.3.1	Repère direct	8
1.3.2	Produit scalaire	9
1.3.3	Produit vectoriel	10
1.3.4	Produit mixte	11
1.3.5	Identité vectorielle	11
2	Cinématique du point matériel	13
2.1	Cinématique du point matériel	13
2.1.1	Point matériel	13
2.1.2	Référentiel	14
2.1.3	Repère	14
2.1.4	Vecteur position	15
2.1.5	Trajectoire	15
2.1.6	Vecteur vitesse	16
2.1.7	Vecteur accélération	16
2.2	Mouvement rectiligne	17
2.2.1	Mouvement rectiligne uniforme	17
2.2.2	Mouvement rectiligne uniformément accéléré	18
2.3	Lois de Newton	19
2.3.1	Grandeurs extensives et intensives	19
2.3.2	Masse	19
2.3.3	Quantité de mouvement	20
2.3.4	1 ^{ère} loi de Newton	20
2.3.5	Force	22
2.3.6	2 ^e loi de Newton	22
2.3.7	Quantité de mouvement et vitesse	23
2.3.8	Dynamique du point matériel	25
3	Frottements et balistique	27
3.1	Forces de frottement	27
3.1.1	Frottements secs	27
3.1.2	Frottements visqueux	28

3.2	Balistique sans frottement	30
3.2.1	Démarche de résolution	31
3.2.2	Poids	31
3.2.3	Loi du mouvement balistique	31
3.2.4	Repère et conditions initiales	32
3.2.5	Equations du mouvement balistique	33
3.2.6	Chute libre	33
3.2.7	Trajectoire balistique	34
3.3	Balistique avec frottement	35
3.3.1	Loi du mouvement balistique	35
3.3.2	Repère et conditions initiales	36
3.3.3	Equations du mouvement balistique	36
3.3.4	Mouvement balistique horizontal	36
3.3.5	Mouvement balistique vertical	38
3.3.6	Trajectoire balistique	40
4	Oscillateur et mouvement circulaire	43
4.1	Oscillateur harmonique	43
4.1.1	Force élastique	43
4.1.2	Loi du mouvement harmonique oscillatoire	44
4.1.3	Equation du mouvement harmonique oscillatoire	45
4.1.4	Conditions initiales	48
4.2	Oscillateur harmonique amorti	49
4.2.1	Loi du mouvement oscillatoire harmonique amorti	49
4.2.2	Equation du mouvement harmonique oscillatoire amorti	49
4.2.3	Amortissement faible	50
4.2.4	Amortissement fort	51
4.2.5	Amortissement critique	52
4.2.6	Conditions initiales	52
4.3	Mouvement circulaire et vitesse angulaire	54
4.3.1	Abscisse curviligne	54
4.3.2	Vitesse angulaire scalaire	54
4.3.3	Accélération centripète	55
4.3.4	Vecteur vitesse angulaire	56
4.3.5	Accélération angulaire	57
5	Coordonnées cylindriques et sphériques	59
5.1	Coordonnées cylindriques	59
5.1.1	Repère cylindrique	60
5.1.2	Vecteur position	61
5.1.3	Vecteur vitesse	62
5.1.4	Vecteur accélération	62
5.2	Coordonnées sphériques	62
5.2.1	Repère sphérique	63
5.2.2	Vecteur position	64
5.2.3	Vecteur vitesse	65
5.2.4	Vecteur accélération	65
5.3	Rotations	66
5.3.1	Rotation d'un repère direct mobile	66
5.3.2	Formules de Poisson	67
5.3.3	Symétries en physique	67
5.3.4	Vecteurs polaires et axiaux	68
6	Contraintes et énergie	71
6.1	Contraintes géométriques	71
6.1.1	Force de contrainte	71
6.2	Pendule mathématique	75
6.2.1	Loi et équation du mouvement	75

6.2.2	Petites oscillations autour de l'équilibre	76
6.2.3	Période d'oscillation générale	77
6.3	Puissance, travail et énergie cinétique	79
6.3.1	Intégrale du mouvement	79
6.3.2	Travail	79
6.3.3	Energie cinétique	80
6.3.4	Théorème de l'énergie cinétique	81
6.3.5	Puissance	81
7	Energie et résonance	83
7.1	Energie potentielle et énergie mécanique	83
7.1.1	Energie potentielle	83
7.1.2	Energie mécanique	84
7.1.3	Energie et puissance dissipées	85
7.1.4	Force conservative	86
7.1.5	Energie potentielle de pesanteur	87
7.1.6	Energie potentielle élastique	87
7.2	Equilibre et stabilité	88
7.2.1	Position d'équilibre et stabilité	88
7.2.2	Stabilité du pendule mathématique	89
7.3	Résonance	89
7.3.1	Oscillateur harmonique forcé	89
7.3.2	Régimes transitoire et stationnaire	91
7.3.3	Réponse harmonique	93
8	Loi d'action-réaction et collisions	99
8.1	Loi d'action-réaction	99
8.1.1	3 ^e loi de Newton	99
8.1.2	Forces intérieures et extérieures	99
8.1.3	Conservation de la quantité de mouvement	100
8.1.4	Chariot propulsé par un boulet	101
8.2	Collisions	103
8.2.1	Types de collision	103
8.2.2	Choc élastique	104
8.2.3	Choc mou	107
8.2.4	Coefficient de restitution	108
8.3	Problème à deux corps	108
8.3.1	Loi du mouvement réduit	108
8.3.2	Quantité de mouvement et énergie cinétique	110
8.3.3	Référentiel du centre de masse	110
9	Gravitation	113
9.1	Moment cinétique et moment de force	113
9.1.1	Moment cinétique	113
9.1.2	Moment de force	114
9.1.3	Théorème du moment cinétique	114
9.1.4	Mouvement circulaire uniforme	115
9.2	Loi de la gravitation universelle	116
9.2.1	1 ^{ère} loi de Kepler	116
9.2.2	2 ^e loi de Newton	117
9.2.3	3 ^e loi de Kepler	118
9.2.4	Loi de la gravitation universelle	119
9.2.5	Constantes du mouvement	120
9.2.6	Orbites gravitationnelles	122
9.3	Gravitation classique et relativité générale	123
9.3.1	Prédictions de la relativité générale	124
9.3.2	Cosmologie	126

10	Mouvement relatif	131
10.1	Système de masse variable	131
10.1.1	Poussée d'une fusée	131
10.1.2	Condition de décollage et vitesse	132
10.2	Référentiels accélérés	134
10.2.1	Position relative	134
10.2.2	Vitesse relative	135
10.2.3	Accélération relative	137
10.2.4	Forces d'inertie	138
10.3	Mouvement relatif	139
10.3.1	Pendule dans un train accéléré	139
10.3.2	Poids apparent	140
10.3.3	Centrifugeuse	141
10.3.4	Pendule sur une porte tournante	143
11	Dynamique terrestre	145
11.1	Dynamique terrestre	145
11.1.1	Champ gravitationnel terrestre	145
11.1.2	Mouvement relatif vertical	148
11.1.3	Mouvement relatif horizontal	150
11.2	Pendule de Foucault	151
11.3	Système de points matériels	155
11.3.1	Centre de masse	155
11.3.2	Cinématique d'un système de points matériels	155
11.3.3	Dynamique d'un système de points matériels	156
11.3.4	Principes de conservation	158
12	Cinématique et dynamique du solide	159
12.1	Cinématique du solide indéformable	159
12.1.1	Solide indéformable	159
12.1.2	Angles d'Euler	160
12.1.3	Angles de Tait-Bryan	162
12.1.4	Vitesse et accélération d'un point du solide indéformable	162
12.1.5	Roulement et glissement	163
12.2	Dynamique du solide indéformable	164
12.2.1	Théorèmes de transfert du moment cinétique	164
12.2.2	Théorèmes de transfert de moments de force	165
12.2.3	Théorèmes du moment cinétique par rapport à un point	166
12.3	Tenseur d'inertie et équations d'Euler	166
12.3.1	Tenseur d'inertie	166
12.3.2	Moments d'inertie et axes principaux d'inertie	168
12.3.3	Equations d'Euler	169
13	Gyroscope	173
13.1	Moments d'inertie	173
13.1.1	Barre mince	173
13.1.2	Cylindre creux	174
13.1.3	Cylindre plein	175
13.2	Solide indéformable avec un axe fixe	176
13.2.1	Théorème de Huygens-Steiner	176
13.2.2	Energie cinétique du solide indéformable	177
13.2.3	Théorème de l'énergie cinétique	178
13.2.4	Roue mal équilibrée	180
13.3	Gyroscope et effets gyroscopiques	181
13.3.1	Effets gyroscopiques	182
13.3.2	Roue de vélo	183
13.3.3	Toupie	185

14	Mécanique quantique	189
14.1	Introduction historique à la mécanique quantique	189
14.1.1	Loi de Planck et effet photoélectrique	189
14.1.2	Modèle atomique de Bohr-Sommerfeld	190
14.1.3	Mécanique matricielle	194
14.1.4	Mécanique ondulatoire	194
14.2	Fondements de la mécanique quantique	195
14.2.1	Espace d'Hilbert et vecteur d'état	195
14.2.2	Interprétation statistique de la mesure	197
14.2.3	Chat de Schrödinger	199
14.2.4	Observables physiques	200
14.2.5	Quantité de mouvement	201
14.2.6	Hamiltonien	201
14.2.7	Opérateur position	202
14.2.8	Relations de commutation canoniques	202
14.2.9	Principe d'incertitude d'Heisenberg	202
14.2.10	Equation de Schrödinger	203
14.2.11	Moment cinétique	204
14.2.12	Relations de commutation du moment cinétique	205
14.2.13	Nombres quantiques associés à la rotation	206
14.3	Chimie quantique	208
14.3.1	Ensemble complet d'observables compatibles	208
14.3.2	Atome d'hydrogène	208
14.3.3	Orbitales atomiques	210
14.3.4	Effet Zeeman	210
14.3.5	Spin	212
14.3.6	Matrices de Pauli	214
14.3.7	Principe d'exclusion	216
14.3.8	Tableau périodique des éléments	216
14.4	Information quantique	217
14.4.1	Processus de mesure	217
14.4.2	Qubit	219
14.4.3	Ordinateur quantique	219
14.4.4	Paradoxe EPR	220
14.4.5	Intrication quantique	220
14.4.6	Interprétations de la mécanique quantique	221
14.4.7	Epilogue	222